

Ejercicios de radicales.

1º Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{2^5 \cdot 3^{10} \cdot 7^{11}}$ b) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^3}$ c) $\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3}$ d) $\sqrt[3]{3^2 \cdot 2^4 \cdot 5}$
 e) $\sqrt{3 \cdot 2^5 \cdot 5^3}$ f) $\sqrt[4]{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^5}$ g) $\sqrt{a^2 \cdot b^3 \cdot c}$ h) $\sqrt{x^3 \cdot a^2 \cdot c^3}$

Sol: a) $2^2 \cdot 3^5 \cdot 7^5 \cdot \sqrt{2 \cdot 7}$; b) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$; c) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5}$; d) $2 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot 2 \cdot 5}$; e) $2^2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 5}$;
 f) $3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sqrt[4]{3^2 \cdot 5}$; g) $a \cdot b \cdot \sqrt{b \cdot c}$; h) $x \cdot a \cdot c \cdot \sqrt{x \cdot c}$.

2º Calcula sin usar la calculadora las siguientes raíces:

a) $\sqrt{49 \cdot 36 \cdot 100}$ b) $\sqrt{25 \cdot 9 \cdot 100}$ c) $\sqrt{625 : 25}$ d) $\sqrt{16 : 4}$
 e) $\sqrt{81 \cdot 4 \cdot 25}$ f) $\sqrt{36 \cdot 49 \cdot 9}$ g) $\sqrt{25 \cdot 100}$ h) $\sqrt{81 \cdot 16 \cdot 25}$

Sol: a) 420; b) 150; c) 5; d) 2; e) 90; f) 216; g) 50; h) 180.

3º Calcula por descomposición factorial, las siguientes raíces:

a) $\sqrt{62500}$ b) $\sqrt{360000}$ c) $\sqrt{2025}$ d) $\sqrt{4000000}$ e) $\sqrt{2500}$
 f) $\sqrt{122500}$ g) $\sqrt{22500}$ h) $\sqrt{5625}$ i) $\sqrt{3600}$ j) $\sqrt{40000}$

Sol: a) 250; b) 600; c) 45; d) 2000; e) 50; f) 350; g) 150; h) 75; i) 60; j) 200.

4º Simplifica las expresiones:

a) $3 \cdot \sqrt[3]{2} + 4 \cdot \sqrt[3]{2} - 2 \cdot \sqrt[3]{2}$ b) $2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3} - 9 \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{50} - \sqrt{72} - 2 \cdot \sqrt{2}$
 d) $\sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{50}$ e) $\sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{27}$ f) $\sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{27}$
 g) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$ h) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{2}$ i) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5}$
 j) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{3}$ k) $\sqrt{18} - 3 \cdot \sqrt{8} - \sqrt{2} + 5 \cdot \sqrt{2}$ l) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{180}$

Sol: a) $5 \cdot \sqrt[3]{2}$; b) $-4 \cdot \sqrt{3}$; c) $-3 \cdot \sqrt{2}$; d) $16 \cdot \sqrt{2}$; e) $10 \cdot \sqrt{2}$; f) $4 \cdot \sqrt{3}$; g) 0; h) $5 \cdot \sqrt{2}$; i) $4 \cdot \sqrt{5}$;
 j) $-3 \cdot \sqrt{3}$; k) $\sqrt{2}$; l) $7 \cdot \sqrt{5}$.

5º Introduce en el radical los factores que aparecen fuera de él:

a) $2 \cdot \sqrt{5}$ b) $5 \cdot \sqrt{3}$ c) $2 \cdot \sqrt[3]{3}$ d) $4 \cdot \sqrt{3}$ e) $3 \cdot \sqrt{2}$
 f) $3 \cdot \sqrt[3]{3}$ g) $2 \cdot \sqrt[4]{3}$ h) $7 \cdot \sqrt{3}$ i) $4 \cdot \sqrt[3]{2}$ j) $2 \cdot \sqrt[5]{2}$

Sol: a) $\sqrt{20}$; b) $\sqrt{75}$; c) $\sqrt[3]{24}$; d) $\sqrt{48}$; e) $\sqrt{18}$; f) $\sqrt[3]{81}$; g) $\sqrt[4]{48}$; h) $\sqrt{147}$; i) $\sqrt[3]{128}$;
 j) $\sqrt[5]{64}$.

6º Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(\sqrt[5]{3})^5$ b) $(\sqrt[6]{2^4})^3$ c) $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{2})^2$ d) $(2 \cdot \sqrt{3})^2$ e) $(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2})^6$
 f) $(3 \cdot \sqrt{2})^2$ g) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ h) $\left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^6$ i) $(\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2})^4$ j) $(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2^2})^3$

Sol: a) 3; b) 4; c) 6; d) 12; e) 32; f) 18; g) 3/4; h) 9/4; i) 18; j) 12.

7º Simplifica y extrae todo lo que puedas:

a) $\frac{3 \cdot \sqrt{32}}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{3 \cdot \sqrt{32} - 2 \cdot \sqrt{8}}{\sqrt{8}}$ c) $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{32} + 3 \cdot \sqrt{72}}{\sqrt{2}}$

Sol: a) 12; b) 4; c) 16.

8º Racionaliza las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{7-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ e) $\frac{\sqrt{6}-1}{2\sqrt{5}}$ f) $\frac{28}{3\sqrt{7}}$
 g) $\frac{3}{\sqrt[3]{6}}$ h) $\frac{4}{\sqrt[4]{2}}$ i) $\frac{4}{\sqrt[4]{8}}$ j) $\frac{5}{\sqrt[4]{125}}$ k) $\frac{4}{\sqrt[4]{12}}$ l) $\frac{5}{\sqrt[5]{27}}$
 m) $\frac{3}{\sqrt{5}+2}$ n) $\frac{8}{6-\sqrt{12}}$ ñ) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ o) $\frac{2\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}$ p) $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ q) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$
 r) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ s) $\frac{2}{1+\sqrt{2}}$ t) $\frac{7}{3-\sqrt{2}}$ u) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ v) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+3}$ w) $\frac{10}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Sol: a) $3\cdot\sqrt{5}/10$; b) $\sqrt{6}$; c) $4\cdot\sqrt{3}$; d) $\frac{7\sqrt{3}-6}{3}$; e) $\frac{\sqrt{30}-\sqrt{5}}{10}$; f) $\frac{4\sqrt{7}}{3}$; g) $\frac{\sqrt[3]{36}}{6}$;

h) $2\cdot\sqrt[4]{8}$; i) $2\cdot\sqrt[4]{2}$; j) $\sqrt[4]{5}$; k) $\frac{2\cdot\sqrt[6]{12^5}}{3}$; l) $\frac{5\cdot\sqrt[5]{9}}{3}$; m) $3\cdot\sqrt{5}-6$; n) $\frac{6+2\sqrt{3}}{3}$;

ñ) $-\sqrt{2}-\sqrt{3}$; o) $10-4\sqrt{5}$; p) $-3-2\sqrt{2}$; q) $2\sqrt{6}-5$; r) $-\sqrt{6}-3$; s) $2\sqrt{2}-2$;
 t) $3+\sqrt{2}$; u) $-1-\sqrt{15}$; v) $6\sqrt{2}-4$; w) $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

9º Simplifica y extrae todo lo que puedas:

a) $\frac{\sqrt{8a^3b}}{\sqrt{2ab}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{ab}}$ c) $\frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt{2ab}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{ab^2c^2}}{\sqrt[3]{a^2bc}}$
 e) $\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt[3]{2ab}}$ f) $\frac{\sqrt[4]{2a^2b}}{\sqrt{2a}}$ g) $\frac{\sqrt[3]{2a^3b^4c}}{\sqrt{2abc^2}}$ h) $\frac{\sqrt{2ab}\cdot\sqrt[3]{2a^2b}}{\sqrt[4]{2ab}}$
 i) $\frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt[3]{abc}\cdot\sqrt[4]{3bc}}$ j) $\frac{\sqrt[4]{a^3b^3}}{\sqrt{abc}}$ k) $\frac{\sqrt[3]{a^2bc^3d}}{\sqrt{ab^2c}}$

Sol: a) $2a$; b) $\sqrt[3]{b}$; c) $\sqrt{3a/2}$; d) $\sqrt[3]{bc/a}$; e) $\sqrt[4]{2ab}$; f) $\sqrt[4]{b/2}$; g) $\sqrt[6]{a^3b^5/(2c^4)}$;

h) $\sqrt[3]{2^2a^3b^2}$; i) $\sqrt[6]{3^2a^4/c^3}$; j) $\sqrt[4]{ab/c^2}$; k) $\sqrt[6]{ac^3d^2/b^4}$.

10º Demostrar que:

a) $\frac{\sqrt[6]{ab}\cdot\sqrt[3]{a^2b^4}\cdot\sqrt{b^5}}{\sqrt[4]{a^2b^3}} = b^3\sqrt{b^3a^4}$ b) $\frac{\sqrt[6]{\frac{ab}{c}}\cdot\sqrt{\frac{c^2}{b}}\cdot\sqrt[4]{\frac{c^3}{ab}}}{\sqrt[4]{\frac{ab}{c}}\cdot\sqrt{\frac{b^2c}{b}}\cdot\sqrt[4]{\frac{c^3}{ab}}} = \frac{1}{b}\sqrt[12]{\frac{c^7}{ba}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}}\cdot\sqrt{\frac{b^2}{a^3}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{a^3}{b^2}}\cdot\sqrt[6]{\frac{b^2}{2}}\cdot\sqrt[8]{b}} = \frac{1}{a^2}\sqrt[24]{\frac{b^92^4}{a^4}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{\frac{b^2}{c}}\sqrt[4]{\frac{c}{b}}\sqrt{\frac{b}{c^3}}}{\sqrt[6]{\frac{b}{c^2}}} = \sqrt[24]{\frac{b^{11}}{c}}$

e) $\frac{\sqrt[4]{\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b\sqrt{a}}}\cdot\sqrt{\frac{b^2}{\sqrt{a}}}}{\sqrt{\frac{b}{\sqrt{a}}}\cdot\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}} = \sqrt{a}$ f) $\frac{\sqrt{\frac{a^2b}{\sqrt{a}}}}{\sqrt{\frac{a}{\sqrt{b}}}} : \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt[4]{a^3b}$